**Лабораторная работа**

**Тема: Сетевое планирование**

*Цель работы:* освоить и закрепить навыки решения задач сетевого планирования и управления. Для каждой из задач, приведенных ниже, рассчитать параметры сетевого графика и провести оптимизацию использования ресурсов.

***Построение сетевого графика***

Ознакомимся с методами сетевого планирования на примере строительства некоторого объекта. В целом, организация, ведущая строительство, заинтересована в том, чтобы заранее знать более или менее точно срок завершения всех работ, какие работы следует выполнять с наибольшей интенсивностью, а где можно и не слишком торопиться, сняв с них трудовые ресурсы на напряженные работы. Каким образом можно получить необходимую информацию?

Методы сетевого планирования наиболее применимы при решении подобных вопросов. Все мероприятия, осуществляемые при строительстве объекта, в их взаимосвязи можно представить в виде сетевого графика (сетевой модели), включающего работы, события и характеристики работ или событий.

***Сетевой график —*** это ориентированный граф без контуров, дуги которого имеют одну или несколько числовых характеристик. Дугами изображают ***работы***, а вершинами — ***события***. Работа — любой трудовой процесс или действие, сопровождающееся затратами времени и ресурсов. Событие — итог того или иного процесса, результат выполнения предшествующих ему работ. События изображаются точками, кружками и т.п. В сетевом графике всегда есть исходное и завершающее события.

Пусть дан список и характеристики работ строительства нулевого цикла некоторого объекта (табл. 7.1).

Сетевой график обладает следующими основными свойствами:

* ни одно событие не может произойти до тех пор, пока не будут закончены все входящие в него работы;
* ни одна работа, выходящая из данного события, не может начаться до тех пор, пока не произойдет данное событие.

Таблица 7.1 Список работ

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ***Наименование работ*** | ***Продолжительность работы (дней)*** | ***Интенсивность***  ***использования***  ***людских ресурсов (чел./дней)*** |
| 1. Подвоз необходимых материалов к строительной площадке | 1 | 5 |
| 2. Подведение электричества | 3 | 5 |
| 3. Подведение воды | 5 | 10 |
| 4. Строительство опалубки | 2 | 8 |
| 5. Закладка бетона | 6 | 10 |

Процесс построения сетевого графика выполнения работ является наиболее существенной и трудоемкой частью всего исследования. Приступая к составлению сети, необходимо установить, какие работы должны быть завершены раньше, чем начнется данная, какие могут быть начаты после завершения данной, какие могут выполняться одновременно с данной работой. Все рассуждения и выводы могут быть представлены в виде матрицы *А* смежности работ, состоящей из нулей и единиц и размерностью , где *n* — число работ.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |  |
| 1 |  |  |  |  |  |  |
| 2 | 1 |  |  |  |  |  |
| 3 |  |  |  |  |  |  |
| 4 | 1 |  |  |  |  |  |
| 5 | 1 | 1 | 1 |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |

В матрице *А* элемент 

Сумма элементов в матрице *А* по каждой строке будет означать сколько работ стоит впереди рассматриваемой работы в сетевом графике, т.е. впереди

работы *i* стоят работы в количестве . Сумма элементов по каждому столбцу будет означать сколько работ стоят позади рассматриваемой работы, т.е. позади работы *j* стоят работы в количестве . Матрица смежности *А* и оценки  и  дают информацию для построения графа работ (рис. 7.1).

Рис. 7.1. Граф работ

**3**

**5**

**4**

**1**

**2**

Цифры на рисунке означают номера работ. Исходное событие начинается работами 1 и 3 (оценки ). Завершающее событие заканчивается работами 4 и 5 ().

Следующим вопросом при построении сетевого графика решается вопрос нумерации событий. Нумерация связана с возможностью применения формализованных процедур расчета сетевого графика. События нумеруются в возрастающем порядке по рангам, начиная с исходного. Чтобы облегчить нумерацию событий в сетях, применяют процедуру разбиения графа на слои. Внутри слоя события могут нумероваться в произвольном порядке, но номера событий предшествующего слоя должны быть меньше номеров последующего. В слой попадают события, для которых нет непосредственных отношений предшествования (дуг). На рис. 7.2 показан граф, разбитый на слои с нумерацией событий. В каждый слой попало по одному событию.

**1**

IV

III

II

**5**

**3**

I

**4**

Рис. 7.2. Разбиение графа на слои

**2**

**2**

**1**

**3**

**4**

В дальнейшем обозначения работ будем делать через нумерацию событий. Вместо работы 1 введем обозначение работа (1,2), вместо работы 3 — работа (1,3) и т.д.

В итоге получим сетевую модель комплекса строительных работ строительства нулевого цикла объекта (рис. 7.3). Над стрелками даны характеристики длительности выполнения работ (дней), а в скобках — численность использования рабочей силы в течение дня.

**1(5)**

**6(10)**

**5(10)**

**3(5)**

**2(8)**

Рис. 7.3. Сетевой график работ

**4**

**2**

**1**

**3**

## 7.2.2. Расчет параметров сетевого графика

#### Графический способ

В каждом сетевом графике имеется несколько полных путей (после-довательностей работ) от исходного события до конечного, продолжи-тельность каждого из них определяется суммой продолжительностей составляющих их работ. Среди полных путей сетевого графика особое значение имеет наиболее продолжительный из них — ***критический путь***. Работы, находящиеся на критическом пути, называют критическими. Кри-тический путь лимитирует выполнение задачи в целом, поэтому любая задерж-ка на критических работах увеличивает время всего процесса. Работы (как и события), нележащие на критическом пути, имеют резервы времени их выполнения. Поэтому выделяют следующие основные параметры сетевого графика (табл. 7.2).

Таблица 7.2 Параметры сетевого графика

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *Событие i* | *Раннее время* | | *Поднее время* | | *Резерв* |
| Работа (*i*,*j*) | Раннее | Позднее | Раннее | Позднее | Резерв |
|  |  |  |  |
| Начало | | Окончание | |

****** — раннее время свершения события *i*;

*** —*** позднее время сверешения события *i*;

*** —*** резерв времени события *i*;

 — раннее время начала работы (*i*,*j*);

— позднее время начала работы (*i*,*j*);

 — раннее время окончания работы (*i*,*j*);

 — позднее время окончания работы (*i*,*j*);

*** —*** резерв времени работы (*i*,*j*).

Определим параметры для событий и критический путь на графике. На практике получил широкое распространение четырехсекторный способ расчета ранних и поздних сроков свершения событий. При этом способе кружок сетевого графика, обозначающий событие, делится на четыре сектора (рис. 7.4, *а*). В верхнем ставится номер события *i*, в левом — наиболее раннее из возможных время свершения события ***,*** в правом — наиболее позднее из допустимых время свершения события ******, в нижнем — резерв времени данного события ******.

Раннее время свершения события ****** определяется продолжительностью максимального пути до (*i*), предшествующего событию *i*: ******=до (*i*).

Послойно, переходя от исходного события до конечного, определим ******. Всегда для начального события ******.

**6**

*б*

**2**

**3**

**5**

**1**

******

******

******

******

**0**

**4**

**11**

**11**

**1**

**2**

**1**

**2**

**0**

**1**

**0**

**0**

**0**

**3**

**5**

**5**

*а*

Рис. 7.4. Графический способ расчета параметров:

*а*) обозначения в вершине графика;

*б*) сетевой график.

Раннее время свершения события ****** определяется продолжительностью максимального пути до (*i*), предшествующего событию *i*: ******=до (*i*).

Послойно, переходя от исходного события до конечного, определим ******. Всегда для начального события ******.

Для события 3 (рис. 7.4, *б*) — ******; для события 4 — ******.

Длина критического пути . Послойно, переходя от конечного события до начального, определим ******. Всегда для конечного события ******. Позднее время свершения события ******определяется временем достаточным для выполнения работ, следующих за этим событием, т.е. зная продолжительность максимального из последующих за событием *i* путей после (*i*) и продолжительность критического пути можно найти  после (*i*).

Для события 2 — .

Для критического пути время раннего свершения события ******равно времени позднего свершения этого события ******, т.е. ******=******. Зная ранние и поздние сроки свершения событий сетевого графика, легко выявить резерв времени каждого из них .

Резерв времени события показывает максимально допустимое время, на которое можно отодвинуть момент его свершения, не вызывая увеличения критического пути. События критического пути резерва времени не имеют.

Связь параметров сетевого графика для событий и работ показана в таблице 7.3.

Таблица 7.3 Расчет параметров работ

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Время** | **Начало *i* *j* Окончание** | |
| Раннее |  |  |
| Позднее |  |  |

Резерв времени для работы ******определяется по формуле 

.

#### Табличный способ

При данном способе расчета параметров упорядочение и нумерация вершин графика производится обязательно послойно с выполнением правила: любая последующая вершина имеет больший номер, чем предшествующая, т.е. для любой дуги  должно выполняться условие . Расчеты производятся в таблице , где *n* — число вершин. Строки и столбцы таблицы соответствуют событиям графика. Клетки главной диагонали таблицы  назовем главными, а остальные побочными. Для клеток, находящихся выше главной диагонали , номер строки *i* соответствует номеру начального события, а номер столбца *j* — номеру конечного. Наоборот, для клеток, расположенных ниже главной диагонали , начальному событию работы соответствует номер столбца *j*, а конечному — номер строки *i*.

Расчеты параметров сетевого графика проведем на выше рассмотренном примере (рис. 7.3). Перенесем исходные данные графика в таблицу 7.4.



Цифры в таблице 7.4 над главной диагональю характеризуют продолжительность выполнения работы , под главной диагональю — продолжительность выполнения этой же работы , где *i* — номер строки, *j* — номер столбца.

Дальнейшее определение параметров в таблице сетевого графика производится в два этапа.

На первом этапе (прямое движение к конечному событию) определяются параметры  и . Для конечного события n — .

На втором этапе (обратное движение к начальному событию) определяются параметры  и . Эти параметры будут проставляться (см. табл. 7.5) соответственно выше главной диагонали для , ниже главной диагонали —  и по главной диагонали — , , , . (По аналогии, как проставлены параметры в таблице 7.3)

Расчеты параметров сетевого графика представлены в таблицах 7.6–7.7. В таблице 7.8 приведены параметры сетевого графика для рассматриваемых работ (— интенсивность потребления ресурсов).

Таблица 7.5 Табличный способ расчета

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Обратный ход | Вершины | ***i*** | ***j*** | Прямой ход |
|  | ***i*** |  |  |  |
|  | ***j*** |  |  |  |

Расчеты параметров сетевого графика представлены в таблицах 7.6—7.7.



Таблица 7.8 — Значения параметров работ

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Работы |  |  |  |  |  |  |  |
| 1–2 | 1 | 5 | 0 | 1 | 1 | 2 | 1 |
| 1–3 | 5 | 10 | 0 | 5 | 0 | 5 | 0 |
| 2–3 | 3 | 5 | 1 | 4 | 2 | 5 | 1 |
| 2–4 | 2 | 8 | 1 | 3 | 9 | 11 | 8 |
| 3–4 | 6 | 10 | 5 | 11 | 5 | 11 | 0 |

## [Заголовок 3]

## 7.2.3. Оптимизация распределения трудовых ресурсов

[.]

Сетевой график можно применить для определения потребления ресурсов и их возможного распределения. Под оптимальным распределением ресурсов понимается такое размещение работ во времени, которое при заданной интенсивности потребления ресурсов обеспечило бы выполнение всего комплекса работ в минимальный срок.

Сделаем расчет общей интенсивности потребления ресурса по началу и окончанию работ. Для этого построим линейный график (Ганта) комплекса работ (рис. 7.5, *а*) — сетевой график в календарной шкале времени по ранним срокам начала и окончания работ. На рис. 7.5,*б* показана эпюра ресурсов для этого же сетевого графика.

Максимальное использование трудовых ресурсов наблюдается с первого по третий день и равно 23 человекам в день. Если строительная организация располагает численностью меньше 23 человек, то возникает задача перераспределения ресурсов. Пусть ограничение по численности равно 15 человекам. Для того, чтобы уложиться в ограничение, необходимо сдвинуть работы (рис. 7.5,*а*) в пределах возможного таким образом, чтобы суммарная интенсивность была бы не более 15. Большим резервом располагает работа (2,4). Однако любое ее смещение вправо не позволяет уложиться в ограничение. Но если работу (2,4), для выполнения которой требуется человеко-дней, растянуть по времени, чтобы интенсивность была не 8 чел./день, а 4чел./день, т.е. растянуть на 16:4=4 дня, и начать ее не раньше , то с поставленной задачей мы справимся. На рис. 7.5, *в* видно, что было принято решение начать работу (2,4) с пятого дня. Если бы численность строителей была ограничена еще сильнее, то оптимизацию использования ресурсов пришлось бы производить с изменением критического времени выполнения работ.



Рис. 7.5. Графический способ оптимизации использования трудовых ресурсов:

*а*) график Ганта;

*б*) эпюра использования ресурсов до оптимизации

*в)* эпюра использования ресурсов после оптимизации

**Алгоритм оптимизации с ограничениями по ресурсам**

На практике из-за того, что при построении сетевых моделей проектов изначально невозможно учесть все ограничения по ресурсам, времени и стоимости, очень часто приходится сталкиваться с ситуацией, что полученный в конце концов календарный план проекта нельзя считать удовлетворительным именно из-за того, что в отдельные периоды времени требуется привлечение гораздо больших ресурсов, чем на самом деле может быть выделено. Тогда возникает необходимость в решении задачи изменения опорного календарного плана проекта с целью приведения проекта в соответствие с ограничениями по ресурсам.

Наибольшее распространение для решения такой задачи получили разнообразные эвристические методы из-за своей относительной простоты и вместе с тем неплохого качества получаемых решений (зачастую мало отличающихся от тех, которые можно было бы получить, применяя сложные методы оптимизации). Все эти методы основаны на принципе использования эвристик (определенных правил) перемещения ресурсов между работами и изменения календарных сроков выполнения работ. Один из алгоритмов, основанных на подобных эвристиках, приводится ниже.

**Шаг 1.** Определяем список работ, которые могут начинаться в день Di (i=1, 2, 3, ..., N). Сначала рассматривается первый день. Переход к Шагу 2.

**Шаг 2.** Работы упорядочиваются в порядке возрастания их свободных резервов времени. Переход к Шагу 3.

**Шаг 3.** Из упорядоченного списка выбирается работа Х и определяется, *достаточно ли имеется ресурсов для начала ее выполнения в день Di*? Если ДА, то переходим к Шагу 4. Если НЕТ, то переходим к Шагу 9.

**Шаг 4.** Начало выполнения работы Х окончательно назначается на день Di , а наличное количество ресурсов уменьшается на сумму ресурсов, требуемых для выполнения работы Х. Переход к Шагу 5.

**Шаг 5.** Проверяется условие, *все ли работы из списка тех, что могут начинаться в день Di, рассмотрены*? Если НЕТ, то переход к Шагу 6. Если ДА, то переход к Шагу 7.

**Шаг 6.** Рассмотренная и закрепленная только что за днем Di работа Х исключается из списка и переходим к Шагу 3.

**Шаг 7.** Проверяется условие, *имеются ли еще работы в проекте, для которых не произведено окончательное закрепление сроков начала выполнения*? Если ДА, то переход к Шагу 8. Если НЕТ, то переход к Шагу 13.

**Шаг 8.** Выбирается следующий день (Di = Di + 1) и переходим к Шагу 1.

**Шаг 9.** Проверяется условие *является ли работа Х критической*? Если ДА, то переход к Шагу 11. Если НЕТ, то переход к Шагу 10.

**Шаг 10.** Возможный срок начала работы откладывается на 1 день. Переход к Шагу 5.

**Шаг 11.** Проверяется условие, *можно ли передать данной работе ресурсы с некритических работ, выполнение которых уже распланировано на этот день*? Если НЕТ, то переход к Шагу 10. Если ДА, то переход к Шагу 12.

**Шаг 12.** Начало выполнения критической работы Х окончательно назначается на день Di, приводится в соответствие количество ресурсов на связанных работах, а наличное количество ресурсов уменьшается на сумму ресурсов, требуемых для выполнения работы Х (за минусом того количество ресурсов, которое было перенесено с другой работы). Переход к Шагу 5.

**Шаг 13.** Алгоритм считается завершенным.

**Задание на лабораторную работу.**

1) рассчитать параметры сетевого графика графическим и табличным способом, предварительно пронумеровав события послойно

2) провести оптимизацию использования ресурсов (количество запланированных людей указаны в скобках)

***Варианты заданий***

**1.** 1 2 3 4 5 6

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 |  | 10(3) |  | 3(4) |  |  |
| 2 |  |  | 7(3) | 8(2) | 5(2) |  |
| 3 |  |  |  |  |  | 11(3) |
| 4 |  |  | 2(4) |  | 12(4) |  |
| 5 |  |  |  |  |  | 6(4) |
| 6 |  |  |  |  |  |  |

**2.**

1 2 3 4 5 6

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 |  | 13(3) |  | 7(4) |  |  |
| 2 |  |  | 7(2) | 9(3) | 8(2) |  |
| 3 |  |  |  |  |  | 18(1) |
| 4 |  |  | 2(6) |  | 10(1) |  |
| 5 |  |  |  |  |  | 4(4) |
| 6 |  |  |  |  |  |  |

**3.**

1 2 3 4 5 6

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 |  | 5(2) |  | 12(3) |  |  |
| 2 |  |  | 6(3) | 7(2) | 8(2) |  |
| 3 |  |  |  |  |  | 7(3) |
| 4 |  |  | 7(4) |  | 4(4) |  |
| 5 |  |  |  |  |  | 5(4) |
| 6 |  |  |  |  |  |  |

**4.**

1 2 3 4 5 6

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 |  |  |  | 3(3) |  |  |
| 2 | 8(2) |  | 7(2) | 8(3) | 5(5) |  |
| 3 |  |  |  | 9(3) |  | 11(3) |
| 4 |  |  |  |  | 12(4) |  |
| 5 |  |  |  |  |  | 6(4) |
| 6 |  |  |  |  |  |  |

**5.**

1 2 3 4 5 6

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 |  |  |  | 3(5) |  |  |
| 2 | 5(4) |  | 7(4) | 8(3) | 5(4) |  |
| 3 |  |  |  | 5(4) |  | 11(3) |
| 4 |  |  |  |  | 12(3) |  |
| 5 |  |  |  |  |  | 5(4) |
| 6 |  |  |  |  |  |  |

**6.**

1 2 3 4 5 6

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 |  |  |  | 3(5) |  |  |
| 2 |  |  | 12(3) |  | 5(4) |  |
| 3 | 11(2) |  |  | 10(2) |  | 11(2) |
| 4 |  |  |  |  | 12(2) |  |
| 5 |  |  |  |  |  | 6(4) |
| 6 |  |  |  |  |  |  |

**7.**

1 2 3 4 5 6

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 |  | 10(2) | 8(3) | 3(5) |  |  |
| 2 |  |  | 7(4) | 8(3) | 5(4) |  |
| 3 |  |  |  |  |  | 11(2) |
| 4 |  |  |  |  | 12(2) |  |
| 5 |  |  | 7(3) |  |  | 6(4) |
| 6 |  |  |  |  |  |  |

**8.**

1 2 3 4 5 6

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 |  | 14(2) | 6(3) | 7(4) |  |  |
| 2 |  |  | 6(4) | 8(3) | 4(4) |  |
| 3 |  |  |  |  |  | 10(3) |
| 4 |  |  |  |  | 12(3) |  |
| 5 |  |  | 7(4) |  |  | 9(2) |
| 6 |  |  |  |  |  |  |

**9.**

1 2 3 4 5 6

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 |  |  |  | 3(6) |  |  |
| 2 |  |  | 7(5) | 8(4) | 5(5) |  |
| 3 | 8(4) |  |  |  |  | 11(3) |
| 4 |  |  |  |  | 12(3) |  |
| 5 |  |  |  |  |  | 6(4) |
| 6 |  |  |  |  |  |  |

**10.**

1 2 3 4 5 6

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 |  |  | 8(3) | 3(5) |  |  |
| 2 |  |  | 7(2) | 8(4) | 5(4) |  |
| 3 |  |  |  |  |  | 11(3) |
| 4 |  |  |  |  | 12(3) |  |
| 5 |  |  | 7(3) |  |  | 6(4) |
| 6 |  |  |  |  |  |  |

**11.**

1 2 3 4 5 6

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 |  | 15(3) | 8(4) | 7(4) |  |  |
| 2 |  |  | 6(5) | 9(4) | 4(4) |  |
| 3 |  |  |  |  |  | 11(2) |
| 4 |  |  |  |  | 15(3) |  |
| 5 |  |  | 7(4) |  |  | 6(4) |
| 6 |  |  |  |  |  |  |

**12.**

1 2 3 4 5 6

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 |  | 10(3) | 8(4) | 3(5) |  |  |
| 2 |  |  | 7(6) | 8(3) | 5(4) |  |
| 3 |  |  |  |  |  | 11(5) |
| 4 |  |  |  |  |  | 8(6) |
| 5 |  |  |  | 4(7) |  | 6(7) |
| 6 |  |  |  |  |  |  |

**13.**

1 2 3 4 5 6

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 |  | 10(6) | 8(6) | 3(7) | 8(7) |  |
| 2 |  |  | 7(6) | 8(7) | 5(4) |  |
| 3 |  |  |  |  |  | 11(3) |
| 4 |  |  |  |  | 12(8) |  |
| 5 |  |  | 7(5) |  |  | 6(6) |
| 6 |  |  |  |  |  |  |

**14.**

1 2 3 4 5 6

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 |  | 5(5) | 6(5) | 3(6) |  |  |
| 2 |  |  | 7(6) | 7(7) | 3(8) |  |
| 3 |  |  |  |  |  | 3(9) |
| 4 |  |  |  |  | 11(5) |  |
| 5 |  |  | 6(4) |  |  | 7(8) |
| 6 |  |  |  |  |  |  |

**Контрольные вопросы**

1. Назовите способы разбиения графа на слои.
2. Назовите основные параметры сетевого графика, укажите их связь и способы определения.
3. Опишите графический способ определения параметров сетевого графика.
4. Опишите табличный способ определения параметров сетевого графика.
5. Что такое график Ганта?
6. Опишите алгоритм оптимизации распределения трудовых ресурсов на графиках Ганта.
7. Сделайте содержательную и математическую постановку задачи директора (приема посетителей).